

Simplex-Verfahren (Übungsblatt 3, Aufgabe 2)

Gegeben: Maximiere $F(x, y) = 4x + 3y$

mit $x + 3y \leq 9$

$-x + 2y \geq 2 \Rightarrow x - 2y \leq -2$

$x, y \geq 0$ ← Nichtnegativitätsbedingung

Normalform:

$x + 3y + a = 9$

$x - 2y + b = -2$

$x, y, a, b \geq 0$

Ergänze Schlupfvariablen bei Nebenbedingungen mit Ungleichungen und ersetze mit Gleichheitszeichen

Matrixform: Maximiere $F(x) = c^T \cdot x$ mit $A \cdot x = b$

$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$b = \begin{pmatrix} 9 \\ -2 \end{pmatrix}$

$c = (4, 3, 0, 0)$

$x = (x, y, a, b)$

Simplex-Tabelle

	x	y	a	b	
a	1	3	1	0	9
b	1	-2	0	1	-2
r	-4	-3	0	0	0

Initial stehen hier die Werte von $-c$

Teile von b_i sind negativ $\Rightarrow$ Dualer Schnitt

Dualer Schnitt: Erst wird die Pivotzeile durch den kleinsten Wert bestimmt

$\frac{-4}{1} \quad \frac{-3}{-2} \quad \backslash \quad \frac{0}{1}$

Die Pivot-Zeile wird normalisiert, sodass das Pivot-Element 1 ist

Die anderen Zeilen werden umgeformt, sodass die Pivot-Spalte 0 ist

Dualer Schnitt: Dann wird die Pivotspalte durch den größten Quotient bestimmt

Die Variable der Pivotzeile wird ersetzt mit der aus der Pivotspalte

	x	y	a	b	
a	2,5	0	1	1,5	6
y	-0,5	1	0	-0,5	1
	-5,5	0	0	-1,5	3

Kein negativer Wert $\Rightarrow$ Primaler Schnitt

$6/2,5 = 2,4$

Dualer Schnitt: Dann wird die Pivotzeile durch den kleinsten nichtnegativen Quotienten bestimmt

Negative x sind nicht erlaubt

Primaler Schnitt: Erst wird die Pivotspalte durch den kleinsten Wert bestimmt

	x	y	a	b	
x	1	0	0,4	0,6	2,4
y	0	0	0,2	-0,2	2,2
	0	0	2,2	1,8	16,2

Alle Werte sind positiv $\Rightarrow$ Ende des Algorithmus

Damit ist die Lösung $x = 2,4$ und $y = 2,2$ mit Ergebnis $F(x) = 16,2$