

LR-Zerlegung

Aufgabe: Löse Gleichungssystem $A \cdot x = b$ mit

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -4 & -3 & -4 \\ -2 & -4 & -5 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 9 \\ -10 \\ 21 \end{bmatrix}$$

Lösung durch LR-Zerlegung:

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -4 & -3 & -4 \\ -2 & -4 & 5 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{II} := \text{II} + 2 \cdot \text{I}} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & 2 \\ -2 & -4 & 5 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{III} := \text{III} + 1 \cdot \text{I}}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & 2 \\ 0 & -3 & 8 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{III} := \text{III} - 3 \cdot \text{II}} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} = R$$

L setzt sich zusammen aus der Einheitsmatrix und den Zeilenumformungen $\cdot -1$.

$$\Rightarrow L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

Lösen der Gleichungen mit Gauß:

$$L \cdot z = b \Rightarrow \text{Ausführlich auf der nächsten Seite} \Rightarrow z = \begin{bmatrix} 9 \\ 8 \\ 6 \end{bmatrix}$$

$$R \cdot x = z \Rightarrow \text{Ausführlich auf der nächsten Seite} \Rightarrow b = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$\Rightarrow$ Der Lösungsvektor für das Gleichungssystem $A \cdot x = b$ ist

$$b = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{bmatrix}$$